CÁLCULOS MECÁNICOS DE LAS ESTRUCTURAS

SOPORTES DE ANTENAS

SISTEMA TERRENAL

Normas generales

Las antenas para la captación de las señales terrenales se montarán sobre mástil o torreta, bien arriostradas o sujetas a paramentos verticales.

Las antenas se colocarán a una distancia mínima de 1 m. entre una y otra y en orden decreciente con la frecuencia, es decir, la de superior frecuencia en la parte más alta de la estructura.

El reglamento establece que en las antenas y su estructura deben poder resistir las velocidades del viento siguientes:

Para alturas iguales o inferiores a 20 m sobre el suelo, 130 km/h.

Para alturas superiores a 20 m sobre el suelo, 150 km/h

La presión del viento origina una presión dinámica dada por la formula:

$$Pv = \frac{y.v^2}{2g}$$ expresada en kg/m².

donde

y = 1,2 kg/ m² (densidad media del aire).

v = velocidad del viento en m/s

g = 9.81 m/s² (aceleración de la gravedad)

La presión dinámica del viento multiplicada por la superficie que presenta la antena al viento será la carga de la antena al viento.

$Q = Pv \, . \, S$ antena.

Normalmente el fabricante facilita la carga al viento de sus antenas para una velocidad de terminada y se suele expresar en Newton (1 Kg = 9.81 N).

El momento flector que origina una antena en el punto de anclaje del mástil será:

$Ma = Qa \, . \, L$

Siendo:

Ma = Momento de la antena en N.m.

Qa = Carga de la antena al viento en m.

L = Longitud en m desde el punto de anclaje de la antena y el punto de anclaje superior del mástil.

El momento total del sistema será:

$Mt = M_m + M_{a1} + M_{a2} + \ldots + M_{an}$

Siendo Ma momentos de las antenas

$Ma_1 = Q_{a1} \, . \, L_1$

$Ma_n = Q_{an} \, . \, L_n$

Mn = Momento del mástil

$Mm = Pv \, . \, S$ mastil . h/2

Siendo:

h = Altura del mástil desde el anclaje

S = Superficie que presenta el mástil al viento.

El momento total del sistema (Mt) debe ser menor que el que especifique el fabricante.

Estos cálculos se presentarán en función de la carga de las antenas y de la altura a la que se colocan, así como del momento flector intrínseco del mástil.

El orden de seguridad de estas instalaciones deberá ser del orden del 30%.

MEMORIA

1.- Descripción: Será un mástil tubular compuesto por 10 tramos de 3 metros, de tubo de 5@ (pulgadas), empalmados por bridas adecuadas de 8 tornillos, todo ello zincado por inmersión.

El arriostramiento consiste en tres órdenes de tres vientos de cable de acero galvanizado de 6 mm. de sección, tipo 6 x 19 +1, fijados al mástil a 9, 18 y 27 metros de altura sobre el pié.

CÁLCULOS

2.- Superficie:

La superficie al viento del mástil, teniendo en cuenta el coeficiente aerodinámico para formas tubulares es:

(A) Superficie del tubo: 30 x 0,14 x 0,66 = 2,77 m².

Patés y cartabones 0,53 m²

Total.... 3,30 m²

Donde

30 es la longitud del mástil en metros

0,14 diámetro exterior del mástil en metros (*)

0,53 superficie estimada de elementos añadidos al mástil.

(*) Nota: La medida habitual de los mástiles se da en pulgadas referidas a su diámetro interno por lo que hay que añadir el grueso de pared del mismo y después a metros; existiendo unas tablas estandarizadas de equivalencias sobre estos gruesos que no suelen estar al alcance de todos.

En nuestro caso bastará con suponer que un tubo de 5 pulgadas de diámetro interior equivale a un diámetro exterior de 14 cm aproximadamente.

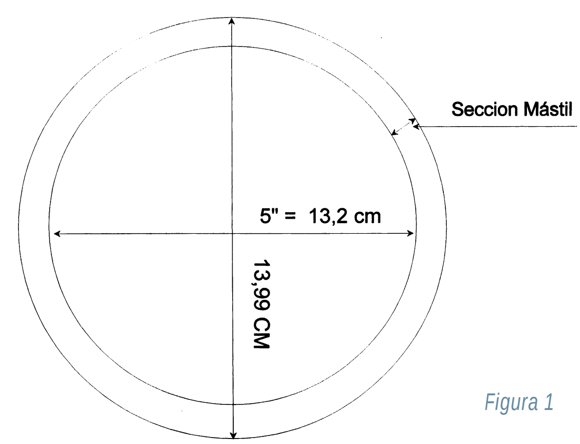

Figura 1

Demostración:

Siendo 1 pulgada igual a 2,54 cm aprox. tenemos que convertir las 5 pulgadas a cm y sumar la superficie de pared del tubo que en nuestro caso sería 0,511 por lo que tenemos:

2,54 x (5" + 0,5 11) = 13,997 cm que redondeamos a 14 cm o lo que es lo mismo 0,14 m., que aplicado a la expresión (**A)** nos da el correspondiente resultado.

3.- Superficie del viento

Empuje del viento sobre el mástil propiamente dicho. Adoptando una presión del viento de 200 kg/m² (velocidad del viento de más de

200Km/h), la fuerza máxima aplicada por el viento al mástil es:

$$F = 3{,}30 \times 200 = 660 \text{ kg.}$$

Que equivale a una fuerza uniformemente repartida de:

$$Pv = \frac{660}{30} = 22 \text{ kg/m.}$$

4.- Empuje del viento sobre las antenas

Consideramos que sobre el mástil de 30 m. hay montado un sistema radiante de 6 elementos que ocupa los 12 m. superiores del mástil y que supone una carga (con viento de 200 Kg/m) de 10 Kg/m. uniformemente repartida en los 12 m.

5.- Momentos flectores

Teniendo en cuenta 3.- y 4.-, asimilemos nuestro mástil de 30 m. a una viga uniforme, simplemente apoyado en 4 apoyos (la rótula y los 3 puntos de amarre de riostras) y cargada según se indica en la figura 2.

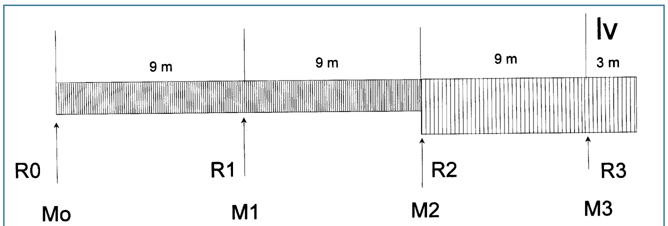

Figura 2

Es inmediato ver que:

$M_o = 0$ (por ser el mástil rotulado en el pie).

$M_3 = -32 \times 3 \times 3/2 = -144$ Kg x m.

Para el cálculo de los momentos M1 y M2 haremos uso del teorema de los Tres Momentos en vigas de tramos iguales y con cargas distintas y que algebraicamente expresamos como sigue:

$$M_{n-1} + 4M_n + M_{n+1} = \frac{p \times l^2}{4} - \frac{p' \times l^2}{4}$$

donde p y p ' son las cargas (Kg/m) en los vanos separados por el punto de Momento Mn y l es la longitud de vano, y, teniendo ya en cuenta que Mo = 0 M3 = -144 Kg.m, obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones:

$$4M1 + M2 = -\frac{22 \times 9^2}{2}$$

$$M1 + 4M2 - 144 = -\frac{22 \times 9^2}{4} - \frac{32 \times 9^2}{4}$$

que resolviendo convenientemente queda:

$$4M_1 + M_2 = -891$$
$$M_1 + 4M_2 = -949{,}5$$

Multiplicando por (- 4) la ecuación de abajo tenemos:

$$4M_1 + M_2 = -891$$
$$-4M_1 - 16M2 = +3798$$

que reduciendo

$$-15M_2 = 2907$$

por lo que

$$M_2 = -193{,}8$$

siendo

$M_1 = -949{,}5 - 4(-193{,}8) = -949{,}5 + 775{,}2 = -174{,}3$

$M_1 = -174{,}3$ Kg.m, $M_2 = -193{,}8$ Kg.m y $M_3 = -144$ kg.m

(Véase diagrama de momentos en figura 2).

6.- Reacciones horizontales

Las reacciones horizontales en los 4 apoyos están relacionados con los momentos obtenidos de la siguiente forma:

$$Ro = -\frac{p \times l}{2} + \frac{M_0 - M_1}{l}$$

$$R1 = -p \times l - \frac{M_0 - 2M_1 + Ms}{l}$$

$$R2 = -\frac{(p + p')}{2} \times l - \frac{M_0 - 2M_2 + M_3}{l}$$

$$R3 = -\frac{p' \times l}{2} + \frac{M_3 - M_2}{l} - p' \times lv$$

Siendo lv = 3m.

donde p= 22 Kg/ m, p' = 32 Kg/ m. y lv= longitud de voladizo, que en este caso es de 3m.

$$R0 = -\frac{22 \times 9}{2} + \frac{0 - (-174{,}3)}{9} = -\frac{198}{2} + \frac{174{,}3}{9} = -99 + 19{,}33 = -79{,}633 \text{ kg}$$

que redondeamos al valor de 80 Kg.

$$R1 = -22 \times 9 - \frac{0 - 2(-174{,}3) + (-193{,}8)}{9} = -198 - \frac{348{,}6 - 193{,}8}{9} = -198 \text{ B } 17{,}2$$

R1 = - 215,2 kg.

$$R2 = -\frac{(22 + 32)}{2} \times 9 - \frac{(-174{,}3) - 2(-193{,}8) + (-144)}{9}$$

$$R2 = -243 - \frac{(-174{,}3) + 387{,}6 - 144}{9} = -243 + 7{,}7 = -250{,}7 \text{ kg}$$

R2 = - 250 Kg.

$$R3 = -\frac{32 \times 9}{2} + \frac{(-144) - (193{,}8)}{9} - 32 \times 3 = -144 + \frac{49{,}8}{9} - 96 = -144 + 5{,}53 - 96$$

R3 = - 234,466 valor que redondeamos a 235 Kg.

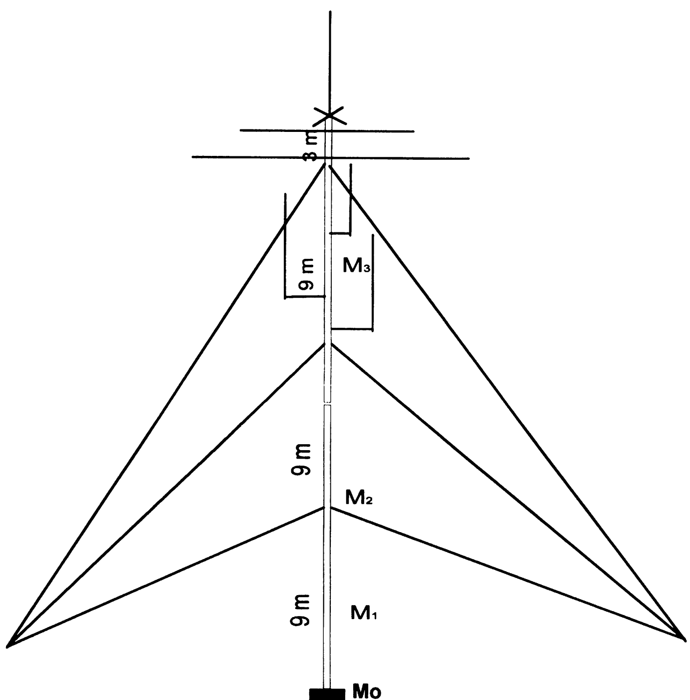

Figura 3

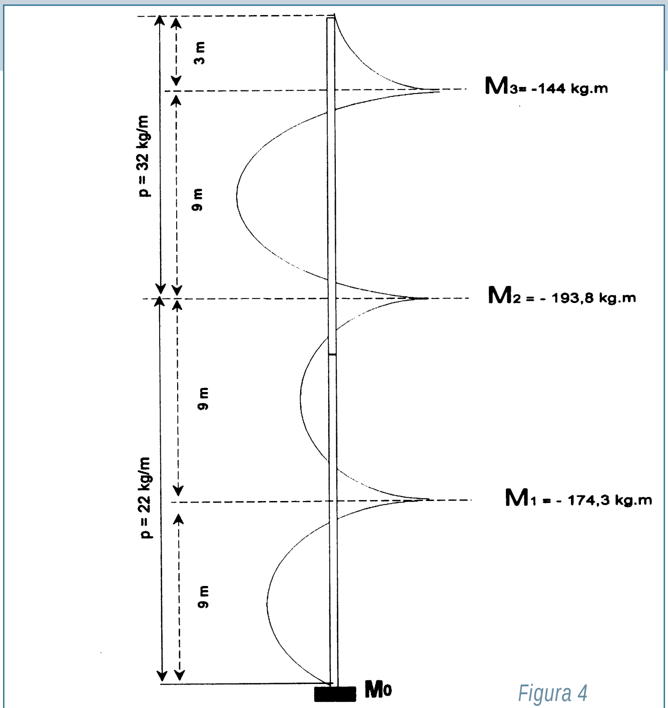

Figura 4

MOMENTOS FLECTORES MASTIL TUBULAR DE 30 m.

Teniendo:

Ro= - 80 Kg.
R1= - 215 Kg.
R2 = - 250 Kg.
R3= - 235 Kg.

7.- <u>Tensiones en las riostras y comprensiones sobre el mástil</u>

Las reacciones horizontales, determinan en los cables de riostras, cuando el viento ataca lateralmente (➔) las siguientes tensiones:

$$T1 = \frac{\sqrt{9^2 - 15^2}}{15} \times 215 = 250 \text{ Kg.}$$

$$T2 = \frac{\sqrt{18^2 + 15^2}}{15} \times 250 = 390 \text{ Kg.}$$

$$T3 = \frac{\sqrt{27^2 + 15^2}}{15} \times 235 = 484 \text{ Kg.}$$

Tal como hemos dicho, cada riostra será un cable de acero de composición 6 x 19 + 1 g de 6 mm. de sección, esta carga de rotura es R = 1776 Kg., que como puede apreciarse es muchísimo mayor que las tensiones calculadas, obteniéndose coeficientes de seguridad superiores a 3 veces.

Las correspondientes compresiones sobre el mástil son:

$C_1 = 250^2 - 215^2 = 127$ Kg.
$C_2 = 390^2 - 250^2 = 300$ Kg.
$C_3 = 484^2 - 235^2 = 423$ Kg.
ZC = 850 Kg.

Nota: A partir de aquí, la memoria pasa a ser un proyecto

8.- <u>Fatigas</u>

La fatiga O´ en las distintas secciones de nuestro mástil tubular es la suma algebraica de las fatigas correspondientes a los siguientes esfuerzos:

Esfuerzo de compresión por riostras ($O´_{CR}$).
Esfuerzo de compresión por peso gravitatorio ($O´_P$).
Esfuerzo producido por el momento flector en la sección considerada ($O´_M$).

9.- <u>Esfuerzo de compresión por riostras</u>

Evidentemente, el valor máximo de este esfuerzo se produce por debajo del punto (1) de arriostromiento inferior y cuando el viento ataca así _ lateralmente

F_{CR} = 2 (C1 +C2 +C3) = 2 x 850 = 1700 Kg.

a la que corresponde una fatiga

$$O´_{CR\ MAX} = \frac{FCR}{S} = \frac{1.700}{1.489} = 1,\ 14 \text{ Kg/mm}^2.$$

(S es el área de la sección del cubo de 5" = 1.489 mm^2.)

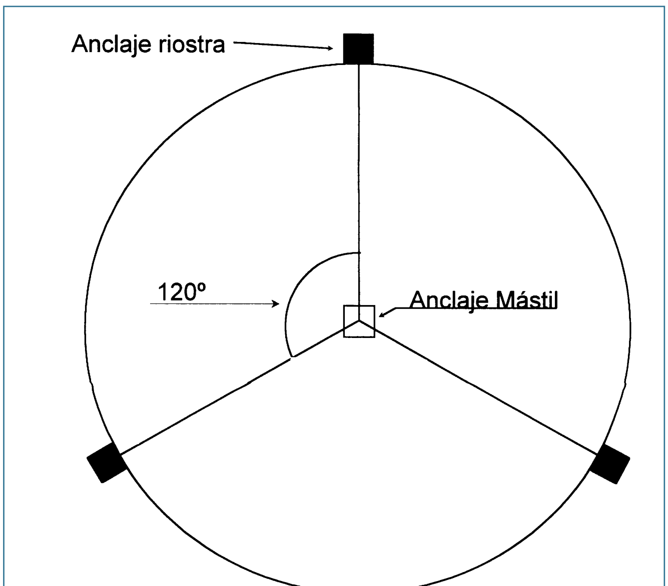

Figura 5

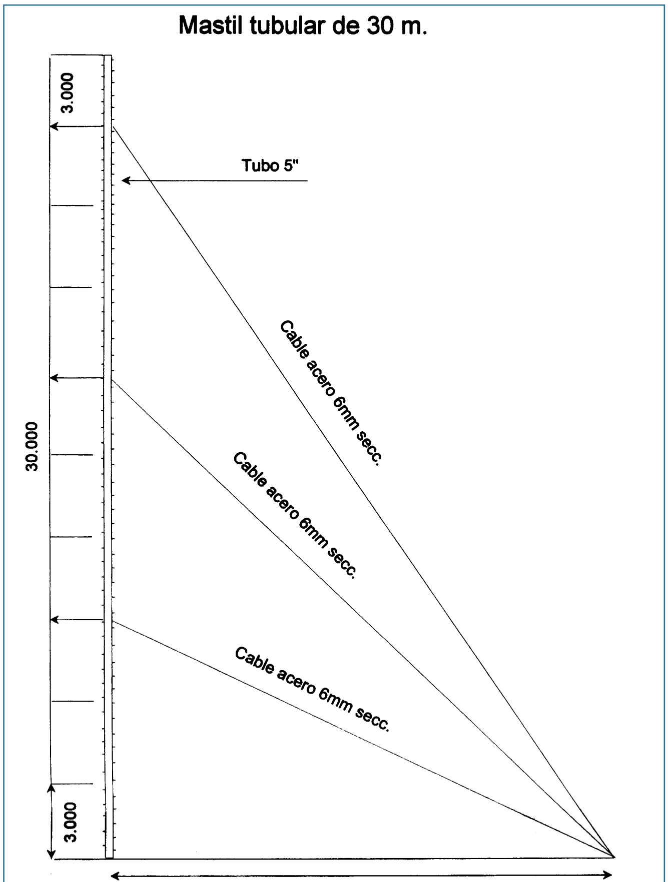

Figura 6

10.- <u>Esfuerzo de compresión por peso gravitatorio</u>

Considerando el peso propio del mástil tubular y el de un sistema radiante de 6 pisos, se obtiene un peso total de 720Kg., al que corresponde una fatiga máxima (en el pie) de

$$O'_{PMAX} = \frac{Fp}{S} = \frac{720}{1489} = 0{,}48 \text{ Kg./mm}^2$$

11.- <u>Esfuerzo producido por el momento flector</u>

La fatiga, en la fibra más comprimida, está expresada por:

$$O'_{M} = \frac{M\,(x)}{Z} \text{ Kg/mm}^2$$

donde Z es el módulo resistente de nuestro mástil tubular y que vale:

$$Z = \frac{\Pi}{32} = \frac{De^4 \cdot Di^4}{De} = \frac{\Pi}{32} = \frac{139^4 - 132^4}{139} \quad 49.232 \text{ mm}^3 \quad \mathbf{>49{,}207}$$

El momento máximo ocurre en el punto (2) de amarre de la riostra segunda, y ha resultado ser

M_2 = - 193,8 Kg.m, así es que:

$$O'_{Max} = \frac{193{,}8 \times 10^3 \text{ Kg . mm}}{49232 \text{ mm}^3} = 3{,}93 \text{ Kg/mm}^2$$

A efectos del cálculo de resistencia de nuestro mástil tubular, sumamos las tres fatigas máximas obtenidas, como si fueran coincidentes en el mismo punto, lo que es un criterio altamente conservador para la seguridad del mástil, así. es que:

$$O'_{Máx} = 1{,}14 + 0{,}48 + 3{,}93 = 5{,}55 \text{ Kg./mm}^2$$

que es mucho más pequeña que la carga pésima I I para el acero - - A-42b, que es 19,5 Kg/mm^2.

Consideraciones sobre esbeltez:

La longitud de los elementos pandeables es los 9 m. entre amarres de riostras, siendo su esbeltez, por tanto:

$$\lambda = \frac{900}{i}$$

donde i es el radio del tubo (su corona circular) y que vale :

$$i = \frac{\sqrt{Z \text{ x radio ext.}}}{S} = 4{,}84 \text{ cm.}$$

Siendo Z = 49, 32 mm^3,

$$S = \Pi R^2 \text{ exterior} - \Pi r^2 \text{ interior}$$

Obteniéndose por tanto $\lambda = \frac{900}{4{,}84} = 185{,}95$ a la que corresponde un coeficiente de pandeo

$$\omega = 5{,}91$$

A efectos de pandeo, el esfuerzo a considerar es solamente el correspondiente a peso gravitatorio y compresión por riostras, cuya O´ correspondiente es 0,48 + 1,14 = 1,62 km/mm^2 que es mucho menor que 19,5 / 5,91 = 3,30 kg/mm^2. por tanto, es evidente la excelente seguridad del mástil.

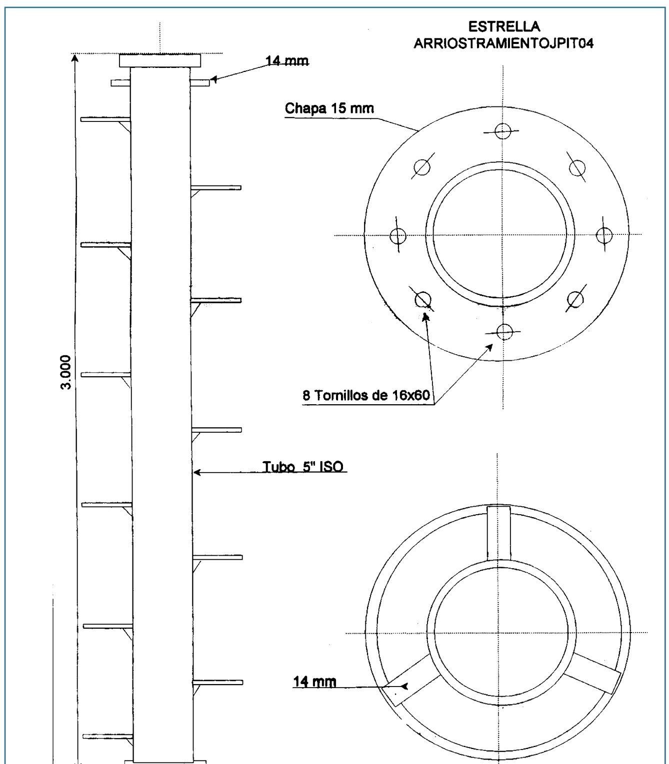

Figura 7

Pandeo.- Corte del tubo en el momento más desfavorable, esto es, de mayor esfuerzo.

12.- <u>Compresión</u>

Se dice que una pieza está sometida a un esfuerzo de compresión cuando en una sección recta S, el conjunto de las fuerzas exteriores aplicadas a la izquierda de la sección, se reduce a solamente un esfuerzo normal N (figura 8), dirigido hacia el extremo de la parte izquierda, de tal manera que este esfuerzo tiende a comprimir la parte izquierda contra la parte derecha de la pieza.

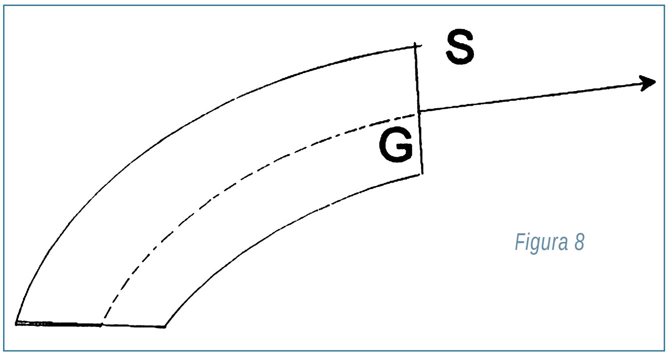

Figura 8

Se considerarán dos tipos de piezas:

a) Piezas cortas
b) Piezas largas

12.1.- *Compresión de piezas cortas*

Entendemos por pieza corta, aquella cuya longitud L sea inferior diez veces aproximadamente, a su menor dimensión transversal a, o sea:

$$\frac{L}{a} \leq 10$$

ECUACIONES FUNDAMENTALES

Sobre un elemento de la sección recta, las fatigas son puramente normales e iguales al cociente del esfuerzo normal N por el área de la sección recta.

$$\delta = \frac{N}{\Omega} \qquad \tau = 0$$

El reparto de fatigas se representa en la figura 9.

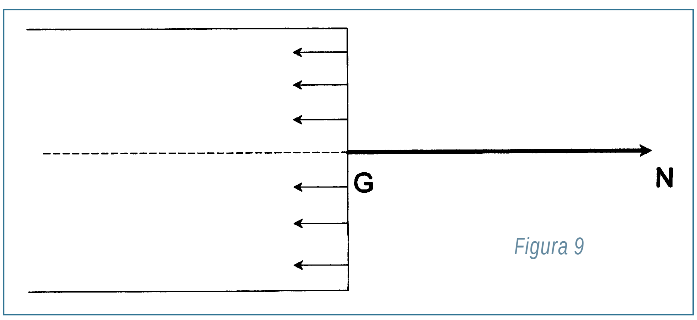

Figura 9

ECUACIONES DE DEFORMACIÓN

Un elemento de una pieza de longitud dx, sufre acortamiento Δdx:

$$\Delta dx = - \frac{N}{E.\Omega} . dx$$

Si la pieza tiene una longitud l, el acortamiento total Δl será:

$$\Delta l = - \sum_{x=0}^{X=1} N / E . \Omega . dx$$

Si la pieza tiene una sección constante en toda su longitud y si además el esfuerzo normal es constante, la fórmula anterior será:

$$\Delta l = - \frac{N}{E.\Omega} . 1$$

CONDICIONES DE ESTABILIDAD

R´ = Fatiga límite.

COMPRESIÓN DE PIEZAS LARGAS

Consideremos una pieza larga, cuando

$$\frac{L}{a} \leq 10$$

Sometámosla a un esfuerzo de compresión exactamente centrado y dirigido según el eje de la pieza.

Mientras el esfuerzo de compresión es suficientemente débil, observamos fenómenos absolutamente comparables a los que se producen en la compresión de piezas cortas: La pieza sufre un acortamiento proporcional al esfuerzo, y el eje permanente rectilíneo. Si el esfuerzo de compresión aumenta, se comprueba que para un cierto valor de este esfuerzo, la pieza se curva bruscamente (ver figura 10) y, o bien se rompe, o toma una forma de aspecto sinusoidal, inadmisible en construcción.

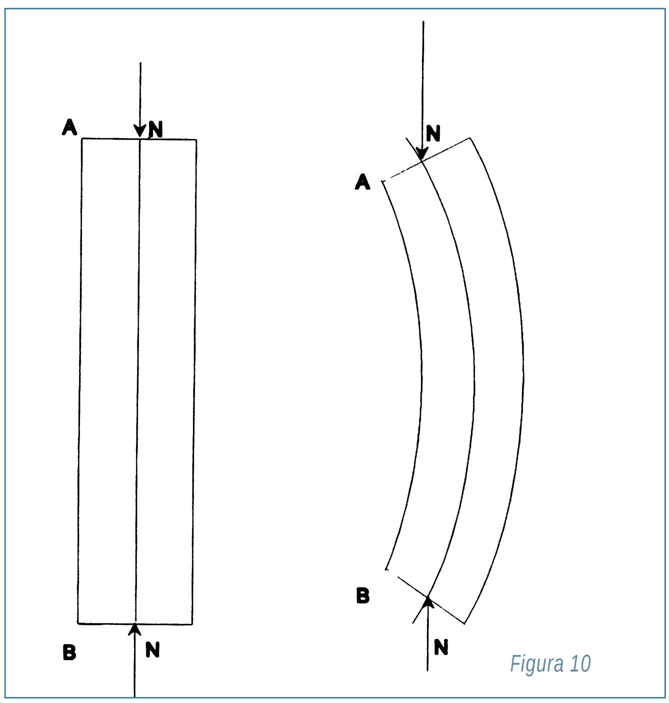

Figura 10

La forma de esta curva depende de las condiciones de sujección de las extremidades de la pieza:

A) Dos extremidades articuladas.
B) Dos extremidades empotradas.
C) Una extremidad empotrada y otra libre.

La rotura cuando tiene lugar, no se produce por aplastamiento sino por una especie de flexión lateral. El fenómeno ha recibido el nombre de PANDEO, la pieza que trabaja de tal manera, se dice que pandea.

El valor N_C del esfuerzo de compresión a partir del cual se produce el pandeo, recibe el nombre de carga crítica. La fatiga media es:

$$C = \frac{N_C}{\Omega}$$

cociente de la carga crítica por la sección primitiva que recibe el nombre de Fatiga Crítica. Tal como se ve en las piezas largas, la fatiga crítica juega un papel análogo al del límite de elasticidad para las piezas cortas comprimidas, o para las piezas extendidas. De esta fatiga crítica depende el valor de fatiga límite de trabajo a adoptar.

Aquí hago constar la aplicación de la formula de EULER sobre el límite de aplicación y condiciones de estabilidad , así como la formula de RANKINE para determinar la fatiga de seguridad del pandeo, pero considero que está demás el desarrollar la aplicación de las mismas.

13.- <u>Cimentaciones</u>

13.1) *Cimentaciones de riostras*.

El peso de cada una de estas cimentaciones debe ser:

$$Pi \geq C1 + C2 + C3 = 850 \text{ Kg.}$$

siendo la densidad del hormigón 2, 2 g/cm^3 resulta

$$Vi \geq \frac{850}{2200} = 0{,}386 \text{ m}^3$$

Y aceptando un razonable coeficiente de seguridad de 2 veces, concluimos con que $Vi \geq 0{,}772$ m^3.

A efectos prácticos, cada cimentación de riostras debe ser un dado de 1 x 1 x 0,9 = 0,90 m^3

13.2) *Cimentación central*

El empuje vertical del mástil sobre la rótula, o sea, sobre la cimentación central, es :

$$\text{Peso} + 2\,(C_1 + C_2 + C_3) = 600 + 2 \times 850 = 2.300 \text{ Kg.}$$

Este empuje ser a aplicado sobre el terreno, mediante una cimentación de $0{,}9^2$x 0,6, cuyo peso gravitatorio es 1069 KG., resultando pues una presión máxima sobre el terreno de

$$p = \frac{2300 + 1069}{90 \times 90} = 0{,}415 \text{ Kg/cm}^2$$

Teniendo en cuenta que para terrenos arcillosos o arenosos, pueden admitirse presiones hasta 2 Kg/cm, consideramos perfectamente admisible la cimentación prevista.

José María, EA4CFE

BIBLIOG.

Mecánica Aplicada, Escuela de Ingenieros Técnicos de Telecomunicación, autor: Ramiro Alvarez Santos

BOE 9-3-1999, RD 279/99 de 22 de febrero

<u>www.la-moncloa.es-urlsgob-energia.html</u>